

ÉTUDE NUMÉRIQUE DE LA CONVECTION ROTATOIRE AUTOUR D'UN ELLIPSOÏDE À PAROI SINUSOÏDALE

NUMERICAL STUDY OF ROTARY CONVECTION AROUND AN ELLIPSOID WITH A SINUSOIDAL WALL



| Martini ZAFINDRABIRA ^{1*} | François d'Assise RAKOTOMANGA ^{1,2} | Modeste RAMARAZARA ^{1,2} | et | Edouard ALIDINA ^{1,2} |

1. Université d'Antsirananana | Ecole doctorale thématique, Energie renouvelable et Environnement | Laboratoire de Mécanique des Fluides et Systèmes Energétiques Appliqués (LMFSEA) | B.P 0 Antsirananana 201 | Madagascar |
2. Université d'Antsirananana | Faculté des Sciences | B.P 0 Antsirananana 201 | Madagascar |

| DOI: 10.5281/zenodo.10429573 | | Received November 22, 2023 | | Accepted November 23, 2023 | | Published December 24, 2023 | | ID Article | Martini-Ref1-6-17ajiras221223 |

RESUME

Contexte : Les écoulements en convection autour des corps à symétrie de révolution en rotation ont suscité beaucoup d'intérêts dans le domaine industriel, notamment dans le processus de dépôts des composés chimiques en phase gazeuse. Le présent article contribue à l'étude de la convection rotatoire autour d'un ellipsoïde à paroi sinusoidale, en rotation uniforme autour de son axe vertical et immergé dans un fluide newtonien. **Objectif** : L'analyse de l'effet de l'amplitude sinusoidale de la protubérance a_1 et du facteur de forme R sur la structure thermique de l'écoulement fait l'objet de cette étude. En effet, une simulation numérique a été réalisée pour décrire le transfert thermique et l'écoulement de type couche limite qui se déroule en convection rotatoire laminaire et permanent. La paroi de l'ellipsoïde est portée à une température très élevée, environ 500 °C, pour permettre de prendre en compte de la variabilité des propriétés physiques du fluide. **Méthode** : Les équations de conservation, présentées sous forme adimensionnelles et réécrites dans le système de coordonnées homotopiques, sont discrétisées à l'aide d'un schéma implicite aux différences finies. Et, les systèmes d'équations obtenus sont résolus numériquement par l'algorithme de Thomas à partir d'un code de calcul élaboré en langage Fortran. **Résultats** : Les résultats issus de la simulation numérique sont présentés par des profils adimensionnels des vitesses et de la température ainsi que par ceux du nombre de Nusselt et des coefficients de frottement sur la paroi. L'augmentation de l'amplitude et l'allongement de l'ellipsoïde développent les couches limites hydrodynamiques. Les creux sur la paroi ne perturbent pas l'échange thermique entre la paroi et milieu environnemental. Le nombre de Nusselt tient une fonction non sinusoidale et non périodique pour la paroi lisse. **Conclusion** : Nous montrons que la diminution de a_1 et l'allongement de l'ellipsoïde diminuent la vitesse du fluide le long de la paroi, et que la paroi ondulée et l'aplatissement de l'ellipsoïde agrandissent la surface d'échange entre la paroi et les particules fluides, ce qui provoquent l'apparition de la couche limite loin de mur de l'ellipsoïde. L'amplitude protubérance ne fait pas de significatrice avec la température du fluide à la paroi. Nous constatons également que les coefficients de frottement et le nombre de Nusselt croissent avec le facteur de forme R . Il y a aussi un point indépendant du facteur de forme R sur le profil de nombre Nusselt.

Mots-clés : transfert thermique, écoulement de la convection rotatoire, régime laminaire et permanent, ellipsoïde de révolution, paroi sinusoidale, propriétés physiques variables.

ABSTRACT

Background: Convective flows around bodies with rotational symmetry of revolution have aroused a lot of interest in the industrial field, especially in the process of deposition of chemical compounds in the gas phase. This paper contributes to the study of rotational convection around a sinusoidal-walled ellipsoid, uniformly rotating around its vertical axis and immersed in a Newtonian fluid. **Objective**: The analysis of the effect of the sinusoidal amplitude of the protuberance a_1 and the form factor R on the thermal structure of the flow is the subject of this study. Indeed, a numerical simulation was carried out to describe the heat transfer and the boundary layer flow that takes place in laminar and permanent rotary convection. The wall of the ellipsoid is heated to a very high temperature, about 500 °C, to allow for variability in the physical properties of the fluid. **Method**: The conservation equations, presented in dimensionless form and rewritten in the homotope coordinate system, are discretized using an implicit finite difference scheme. And, the resulting systems of equations are solved numerically by Thomas' algorithm from a computational code developed in the Fortran language. **Results**: The results of the numerical simulation are presented by dimensionless profiles of velocities and temperature as well as by those of the Nusselt number and the coefficients of friction on the wall. The increase in amplitude and the elongation of the ellipsoid develops the hydrodynamic boundary layers. The hollows on the wall do not disturb the thermal enchantment between the wall and the environmental environment. The Nusselt number holds a non-sinusoidal and non-periodic function for the smooth wall. **Conclusion**: We show that the decrease of a_1 and the elongation of the ellipsoid decrease the velocity of the fluid along the wall, and that the wavy wall and the flattening of the ellipsoid enlarge the exchange surface between the wall and the fluid particles, which causes the boundary layer to appear away from the wall of the ellipsoid. The amplitude of the protuberance does not make a significant difference with the temperature of the fluid at the wall. We also find that the coefficients of friction and the Nusselt number increase with the form factor R . There is an independent point of the form factor R on the Nusselt number.

Keywords: heat transfer, rotational convection flow, laminar and steady state, ellipsoid of revolution, sinusoidal wall, variable physical properties.

1. INTRODUCTION

Le phénomène de convection autour des corps à symétrie de révolution présente un intérêt technologique majeur depuis ces dernières décennies. De nombreux travaux ont été alors consacrés à l'étude de la convection engendrée ou non par la rotation du corps de révolution à paroi uniforme ou non uniforme. Parmi ces travaux, Rakotomalala et al., (1994) ont

présenté une étude concernant la convection mixte autour de corps à symétrie de révolution. Ils ont montré que la méthode semi-analytique permet d'explorer le comportement près du point d'arrêt, la convection rotatoire est négligeable pour $B \leq 1$, la convection axiale est négligeable pour $\Omega \geq 0.1$ [1]. Cherif et al, (1997) ont analysé numériquement le contrôle hydrodynamique des couches limites thermiques en convection mixte autour d'ellipsoïdes aplatis axisymétriques. Les auteurs ont résolu l'équation de la couche limite laminaire et permanente qui entoure des corps à symétrie de révolution, portés à la température de 500 °C, en rotation uniforme autour d'un axe vertical dans un écoulement axial ascendant de gaz d'hydrogène à 25 °C. Ils ont montré qu'il est possible de contrôler la croissance de la couche limite en agissant sur le profil des corps [2].

Mayoudf et al., (2005) ont mené une étude numérique de la convection naturelle thermique et massique laminaire et permanente dans la couche limite entourant un tronc cône à paroi sinusoïdale. Ils ont constaté que l'augmentation de l'amplitude sinusoïde à la paroi du tronc de cône conduit généralement à la diminution des nombres locaux et moyens de Nusselt et de Sherwood [3]. Kotoucet al., (2007) ont étudié la transition à la tridimensionnalité de l'écoulement autour d'une sphère fixe en convection mixte. Ils ont observé que l'effet du chauffage sur une sphère placée dans un écoulement retarde l'apparition du détachement de la couche limite autour de la sphère. Ils ont distingué deux types de recirculations en aval de la sphère, selon les valeurs des paramètres $Ri - Re$, et ont montré que le type de recirculation influence l'échange thermique entre le fluide froid et la sphère chaude [4]. Ramarozara et al., (2007) ont réalisé une étude de la convection mixte engendrée par la rotation uniforme d'un ellipsoïde de révolution, plongé dans un écoulement ascendant d'air à propriétés physiques variables. Ils ont montré que la rotation de l'ellipsoïde fait élever la température du fluide, engendrant ainsi une diminution de la viscosité du fluide [5]. Ulrich, (2016) a étudié l'influence de l'angle d'inclinaison et du facteur de forme sur la convection mixte autour d'un ellipsoïde de révolution. Il a constaté que l'épaisseur de la couche limite varie avec l'abscisse curviligne et l'angle d'inclinaison [6]. Bezandry et al., (2017) ont présenté une étude numérique de la convection rotatoire pure autour d'un cône de révolution. Ils ont prouvé que les vitesses méridienne, azimutale, normale, et la température, sont indépendantes de l'angle azimutal ϕ_+ . Ils ont également analysé l'effet de la vitesse de rotation Ω du cône sur la vitesse méridienne [7]. Martini et al., (2023) ont fait l'étude de transfert thermique par convection naturelle laminaire dans la couche limite autour d'un ellipsoïde a paroi sinusoïdale. Ils ont montré que la variabilité des propriétés physiques développe l'épaisseur de la couche limite, mais la protubérance sinusoïdale n'a pas d'effet significative sur l'échange thermique [8]. Dans le présent travail, nous présentons une contribution à l'étude numérique de la convection rotatoire autour d'un ellipsoïde dont la paroi a un profil sinusoïdal et qui tourne à vitesse constante autour de son axe vertical. L'objectif principal de ce travail consiste à déterminer la distribution des vitesses et de la température dans la couche limite entourant le corps considéré et à analyser l'effet de l'amplitude protubérance et du facteur de forme sur la structure de l'écoulement et le transfert thermique.

2. MATERIELS ET METHODES

2.1 Modèle physique

Le système étudié se compose d'un ellipsoïde de révolution en rotation uniforme autour de son axe vertical, sa paroi suivant un profil sinusoïdal (Figure 1). Le corps est immergé dans un fluide newtonien incompressible, spécifiquement du gaz hydrogène. La paroi du corps est maintenue à une température constante $T_P = 500$ °C, nettement supérieure à la température $T_\infty = 25$ °C du fluide à l'infini.

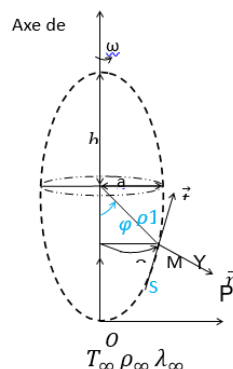


Figure 1 : Représentation schématique du modèle

Outre les considérations décrites ci-dessus, nous adoptons les hypothèses simplificatrices suivantes :

- L'écoulement est permanent et en régime laminaire,
- Le rayonnement et la dissipation visqueuse sont négligeables,
- Les propriétés physiques du fluide à l'infini, se comportant comme un gaz parfait, sont supposées constantes.

Dans la procédure numérique, nous prenons en compte également de la variabilité avec la température des propriétés physiques du gaz hydrogène [8].

2.2 Equations de transfert dans la couche limite

2.2.1 Equation de continuité

$$\frac{\partial(\rho U)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V)}{\partial y} + \frac{\rho U}{r} \frac{dr}{dx} = 0 \quad (1)$$

2.2.2 Equations de la quantité de mouvement

a) **Suivant x**

$$\rho \left(U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} - \frac{W^2}{r} \frac{\partial r}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial U}{\partial y} \right) \quad (2)$$

avec $S_x = \sin \varphi$, $f(x) = a1 \sin \left[2\pi \left(\frac{x-x_0}{\lambda_0} \right) \right]$ et $r = \rho l \sin \varphi + f(x) \cos \varphi$

b) **Suivant θ**

$$\rho \left(U \frac{\partial W}{\partial x} + V \frac{\partial W}{\partial y} + \frac{WU}{r} \frac{\partial r}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial W}{\partial y} \right) \quad (3)$$

2.3.3 Équation de la chaleur

$$\rho C_p \left(U \frac{\partial T}{\partial x} + V \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (4)$$

2.4 Conditions aux limites

- A la surface ondulée : $y = f(x)$ et $x \geq x_0$

$$T(x, 0) = T_\infty; U(x, 0) = 0; W = \omega r \text{ et } V(x, 0) = 0 \quad (5)$$

- Loin de la paroi : $y \rightarrow \infty$

$$T(x, y) = 0; U(x, y) = 0 \text{ et } W(x, y) = 0 \quad (6)$$

2.5 Grandeurs caractéristiques

- Nombre de Nusselt :
$$N_u = - \frac{L}{(T_p - T_\infty) \lambda_\infty} \left[\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right]_{y=0} \quad (16)$$

- Nombre de Reynolds de rotation :
$$R_{ew} = \frac{\omega L^2}{\nu_\infty} \quad (17)$$

- Contraintes à la paroi :
$$\tau_{px} = \left[\mu \frac{\partial U}{\partial y} \right]_{y=0}; \tau_{p\theta} = \left[\mu \frac{\partial W}{\partial y} \right]_{y=0} \quad (18)$$

- Coefficient de frottement :
$$Cf_u = \frac{\tau_{px}}{\rho_\infty \omega L}; Cf_\theta = \frac{\tau_{p\theta}}{\rho_\infty \omega L} \quad (19)$$

2.6 Transformation des équations adimensionnelles

En utilisant les variables adimensionnelles suivantes :

$$x_+ = \frac{x}{L}; y_+ = \frac{y}{L} \left(R_{ew}^{\frac{1}{2}} \right); \varphi_+ = \frac{\varphi}{\pi}; r^+ = \frac{r}{L}; a1 = \frac{A}{L}; \rho_+ = \frac{\rho}{\rho_\infty}; \mu_+ = \frac{\mu}{\mu_\infty}; C_p^+ = \frac{C_p}{C_{p_\infty}}; \lambda_+ = \frac{\lambda}{\lambda_\infty}$$

$$U^+ = U \left(\frac{1}{\omega L} \right); W^+ = W \left(\frac{1}{\omega L} \right); T^+ = \frac{T - T_\infty}{T_p - T_\infty}; V^+ = V \left(\frac{R_{ew}^{\frac{1}{2}}}{\omega L} \right)$$

$$\xi = x_+; \eta = \frac{y_+ - F(x)}{x_+^{\frac{1}{4}} - F(x)}; \xi \geq 0 \text{ et } 0 \leq \eta \leq 1$$

avec $F(\xi) = a1 \sin(2\pi\xi)$, $F'(\xi) = 2\pi a1 \cos(2\pi\xi)$ et $r(\xi) = \rho1 \sin(\varphi_+) + F(\xi) \cos(\varphi_+)$ On utilise ces transformations pour écrire les équations des transferts et les conditions aux limites dans le système de coordonnées (ξ, η) . Dans ce référentiel, les dérivées partielles sont exprimées comme suit :

$$\frac{\partial \xi}{\partial x_+} = 1; \frac{\partial \xi}{\partial y_+} = \eta_{xx} = \eta_{yy} = \frac{\partial r^+}{\partial \eta} = 0; \frac{\partial \eta}{\partial y_+} = \eta_y = \frac{1}{\xi^{\frac{1}{4}} - F(\xi)} \text{ et } \frac{\partial \eta}{\partial x_+} = \eta_x = \frac{\left((\eta - 1)F'(\xi) - \eta \frac{\xi^{\frac{3}{4}}}{4} \right)}{\xi^{\frac{1}{4}} - F(\xi)}$$

2.6.1 Equation de continuité

$$\frac{\partial}{\partial \xi} (\rho_+ U^+) + \eta_x \frac{\partial}{\partial \eta} (\rho_+ V^+) + \eta_y \frac{\partial}{\partial \eta} (\rho_+ V^+) + \frac{\rho_+ U^+}{r^+} \left(\frac{\partial r^+}{\partial \xi} \right) = 0 \tag{20}$$

2.6.2 Équations de la quantité de mouvement

$$\rho_+ \left[U^+ \left(\frac{\partial U^+}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial U^+}{\partial \eta} \right) + V^+ \eta_y \frac{\partial U^+}{\partial \eta} - \frac{W^2 \partial r^+}{r^+ \partial \xi} \right] = \eta_y^2 \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\mu_+ \frac{\partial U^+}{\partial \eta} \right) \tag{21}$$

$$\rho_+ \left[U^+ \left(\frac{\partial W^+}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial W^+}{\partial \eta} \right) + V^+ \eta_y \frac{\partial W^+}{\partial \eta} + \frac{W^+ U^+ \partial r^+}{r^+ \partial \xi} \right] = \eta_y^2 \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\mu_+ \frac{\partial W^+}{\partial \eta} \right) \tag{22}$$

2.6.3 Équation de la chaleur

$$\rho_+ C_{p^+} \left[U^+ \left(\frac{\partial T^+}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial T^+}{\partial \eta} \right) + \eta_y V^+ \frac{\partial T^+}{\partial \eta} \right] = \frac{\eta_y^2}{Pr} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\lambda_+ \frac{\partial T^+}{\partial \eta} \right) \tag{23}$$

2.6.4 Transformation des conditions aux limites

- A la surface ondulée : $\eta = 0$ et $\xi \geq x_0$

$$T^+(\xi, 0) = U^+(\xi, 0) = 0; W^+(\xi, 0) = r^+ \tag{34}$$

- Loin de la paroi : $\eta \rightarrow \infty$

$$T^+(\xi, \eta) = U^+(\xi, \eta) = W^+(\xi, \eta) = 0 \tag{25}$$

2.6.5 Nombre de Nusselt et coefficients de frottement

- Nombre de Nusselt $N_u = -R_{ew}^{\frac{1}{2}} \eta_y \lambda_+ \left(\frac{\partial T^+}{\partial \eta} \right)_{\eta=0}$ (26)

- Coefficients de frottements :

$$Cf_u = 2R_{ew}^{-\frac{1}{2}} \eta_y \mu_+ \left(\frac{\partial U^+}{\partial \eta} \right)_{\eta=0} ; Cf_\theta = 2R_{ew}^{-\frac{1}{2}} \eta_y \mu_+ \left(\frac{\partial W^+}{\partial \eta} \right)_{\eta=0} \tag{27}$$

2.7 Résolution numérique

Les équations de continuité, de quantité de mouvement et de la chaleur avec les conditions limites associées sont discrétisées par une méthode implicite aux différences finies. On a ainsi les équations de quantité de mouvement et de la chaleur sous la forme de :

$$A_j X_{j-1} + B_j X_j + C_j X_{j+1} = D_j \quad 2 \leq J \leq \max - 1 \text{ et résolu par l'algorithme de Thomas.}$$

Le critère de convergence pour vérifier simultanément T, U et V est défini comme :

$$\left| \frac{\max(F^{N+1} - F^N)}{\max(F^N)} \right| \leq 10^{-6} \tag{28}$$

Une approche de discrétisation à trois points est utilisée pour déterminer les dérivées partielles du Nombre Nusselt et des coefficients de frottement.

2.8 Validation du code de calcul

Afin de valider notre code numérique, nous avons comparé nos résultats avec ceux de la littérature portant sur la convection naturelle autour d'une sphère dans un écoulement ascendant d'air, conformément aux travaux de Modeste RAMARAZARA et al., en 2007 [5]. Nous avons représenté graphiquement le profil de la température adimensionnelle en fonction de la coordonnée normale pour $x^+ = 30^\circ$ et différentes valeurs de R, mettant en évidence l'effet du facteur de forme. Nous avons observé une bonne concordance entre nos résultats et ceux de la référence.

Tableau 1 : Comparaison du champ de la température adimensionnelle en fonction de Y*

Ordonnée η	Présent travail	Ramarazara et al 2007 [5].
0	1	1
0,022	0,82658	0,82658
0,044	0,69465	0,69465
0,066	0,59191	0,59191
0,088	0,51031	0,51031
1,012	0,02607	0,02595
1,034	0,02493	0,02482
1,056	0,02386	0,02377
1,078	0,02284	0,02279
1,1	0,02187	0,02164
2,002	0,00468	0,00451
2,024	0,00452	0,00431
2,046	0,00437	0,00431
2,068	0,00423	0,004203
2,09	0,00409	0,004
3,014	0,0011	0,0009
3,036	0,00107	0,001
3,058	0,00104	0,00102
3,08	0,00101	0,00009
3,102	9,84E-04	8,89E-04
4,004	3,42E-04	2,92E-04
4,026	3,34E-04	2,79E-04
4,048	3,26E-04	2,67E-04
4,07	3,19E-04	2,62E-04
4,092	3,12E-04	2,58E-04
5,016	1,32E-04	1,29E-04

(b)

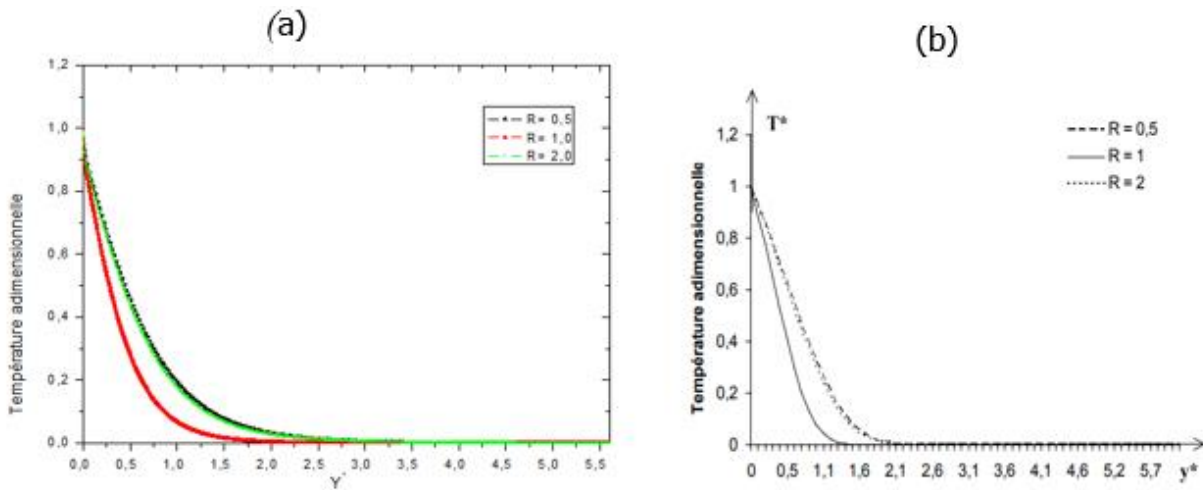


Figure 2 : Comparaison de nos résultats (a) avec ceux de Modeste RAMARAZARA et al., 2007 [5]. (b).

3.RESULTATS

3.1. Effet de l'amplitude sinusoïdale

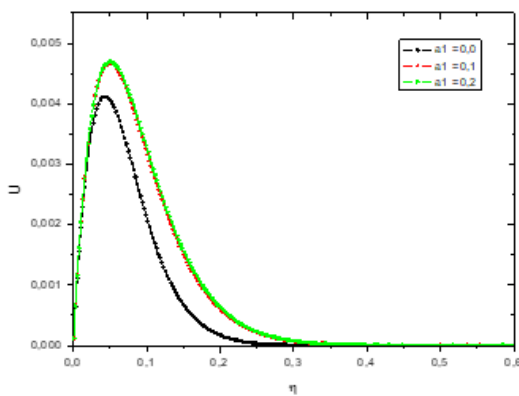


Figure 3 : Évolution de la vitesse méridienne en fonction de η et pour $R= 0.5$ et plusieurs valeurs de a_1

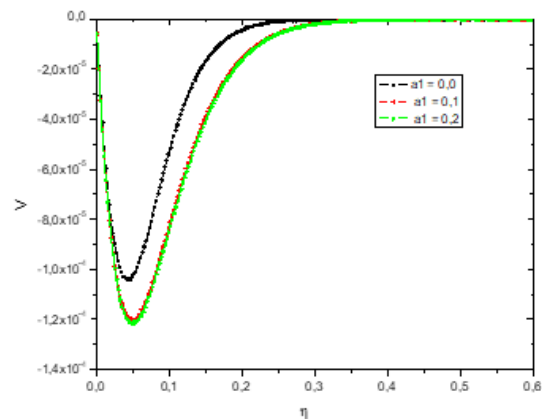


Figure 4 : Évolution de la vitesse normale en fonction de η pour $R= 0.5$ et plusieurs valeurs de a_1

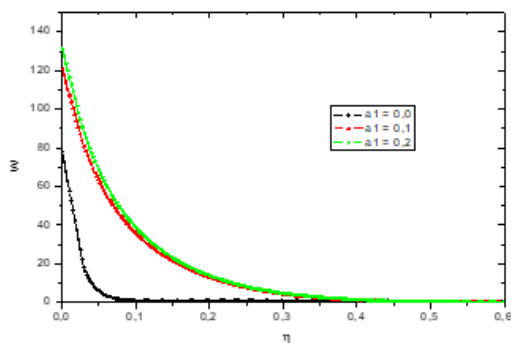


Figure 5 : Évolution de la vitesse azimutale en fonction de η pour $R= 0.5$ et plusieurs valeurs de a_1

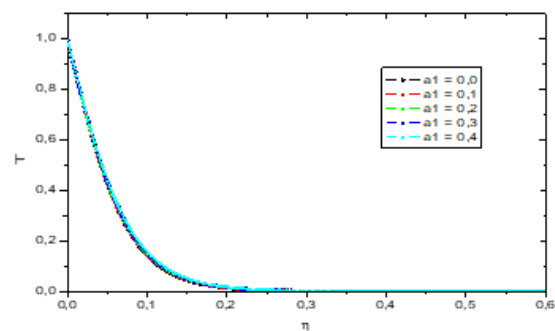


Figure 6 : Évolution de la température en fonction de η pour $R= 0.5$ et plusieurs valeurs de a_1

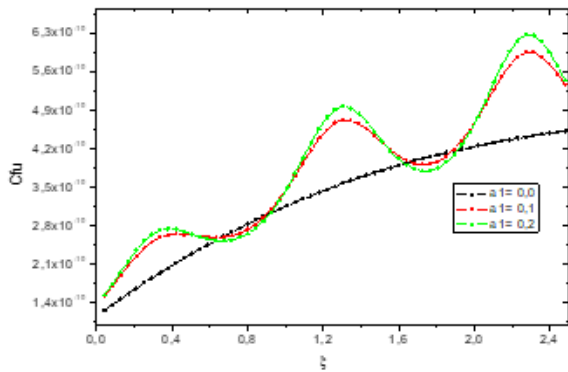


Figure 7 : Évolution de Cf_u en fonction de ξ pour $R= 0.5$ et plusieurs valeurs de a_1

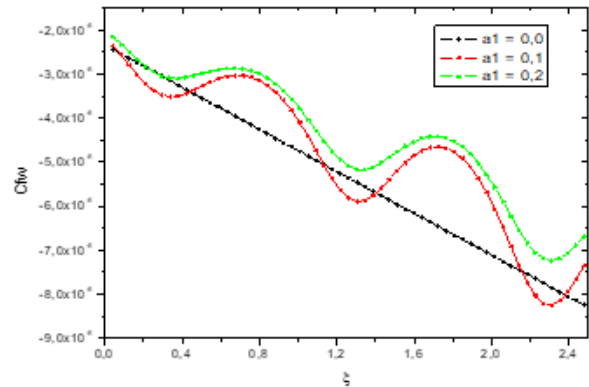


Figure 8 : Évolution de Cf_w en fonction de ξ pour $R= 0.5$ et plusieurs valeurs de a_1

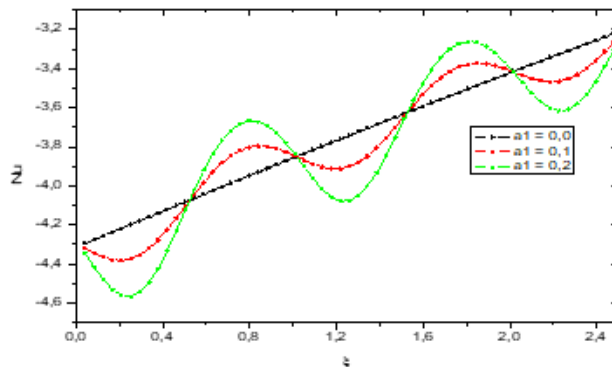


Figure 9 : Évolution de Nu en fonction de ξ pour $R= 0.5$ et plusieurs valeurs de a_1

3.2. Effet du facteur de forme

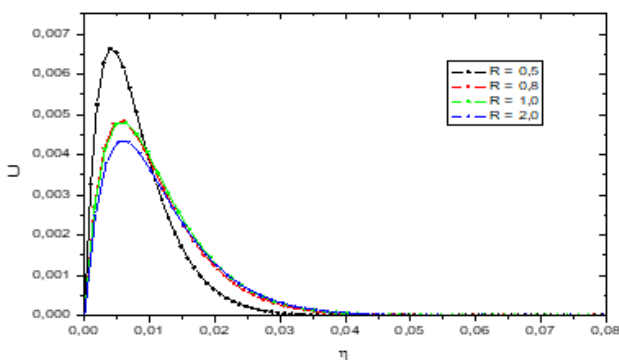


Figure 10 : Évolution de la vitesse méridienne fonction de η pour $a_1 = 0.2$ et plusieurs valeurs de R

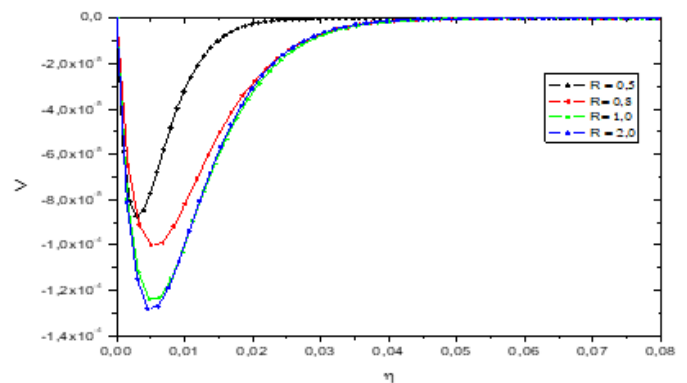


Figure 11 : Évolution de la vitesse normale en fonction de η pour $a_1 = 0.2$ et plusieurs valeurs de R

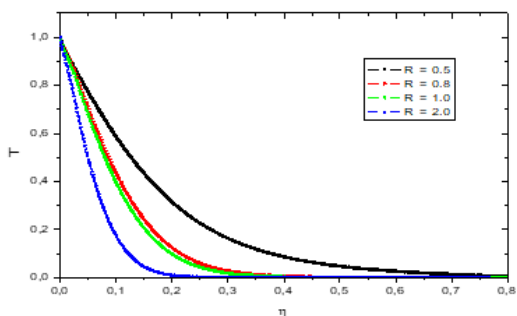


Figure 12 : Évolution de la température en fonction de η pour $a_1 = 0.2$ et plusieurs valeurs de R

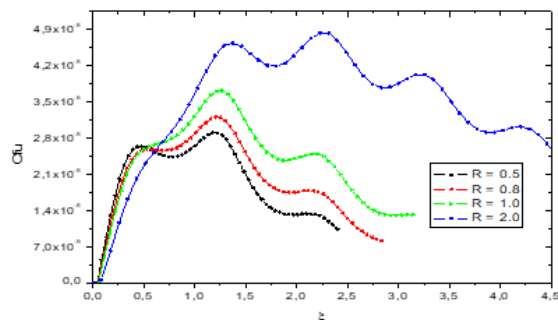


Figure 13 : : Évolution de Cf_u en fonction de ξ pour $a_1 = 0.2$ et plusieurs valeurs de R

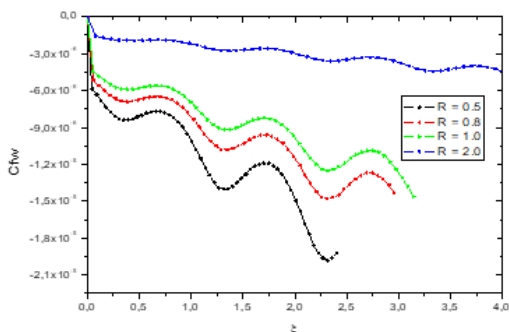


Figure 14 : Évolution de Cf_w en fonction de ξ pour $a_1 = 0.2$ et plusieurs valeurs de R

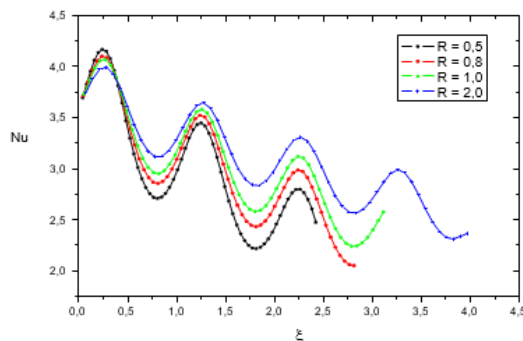


Figure 15 : Évolution de Nu en fonction de ξ pour $a_1 = 0.2$ et plusieurs valeurs de R

3.RESULTATS

3.1. Effet de l'amplitude sinusoïdale

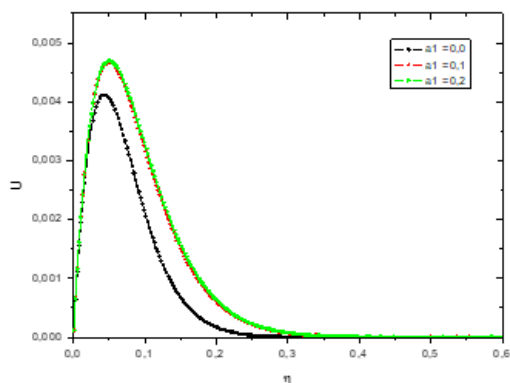


Figure 3 : Évolution de la vitesse méridienne en fonction de η et pour $R = 0.5$ et plusieurs valeurs de a_1

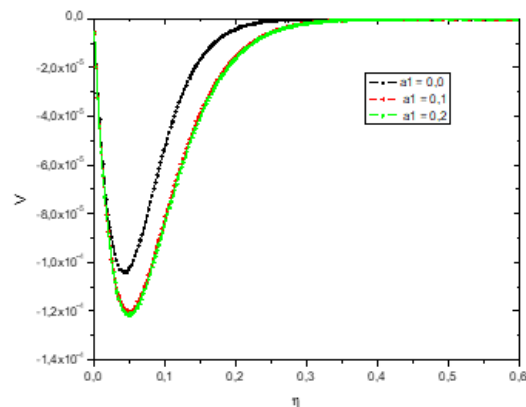


Figure 4 : Évolution de la vitesse normale en fonction de η pour $R = 0.5$ et plusieurs valeurs de a_1

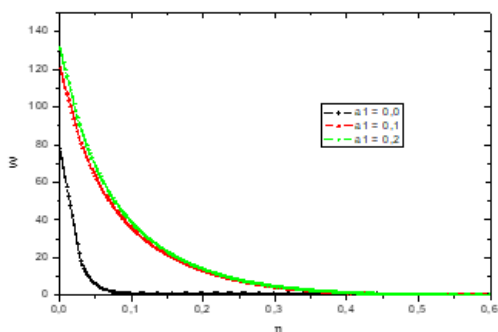


Figure 5 : Évolution de la vitesse azimutale en fonction de η pour $R = 0.5$ et plusieurs valeurs de a_1

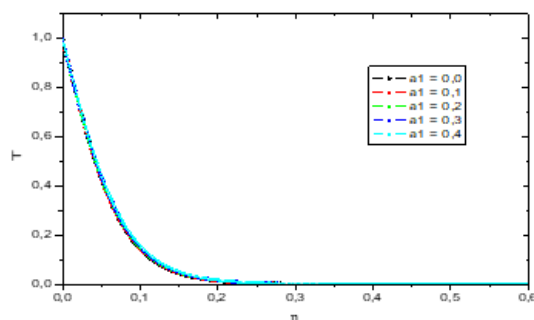


Figure 6 : Évolution de la température en fonction de η pour $R = 0.5$ et plusieurs valeurs de a_1

4. DISCUSSION

3.1 Influence de l'amplitude de la protubérance

La figure 3 montre la variation de la vitesse U en fonction de la coordonnée normale. On observe que la vitesse des particules fluides est ralentie par la diminution de l'amplitude protubérance, mais qu'elle atteint un maximum pour les valeurs les plus élevées de a_1 . En effet, les fluides adhèrent davantage à la paroi proche du mur de l'ellipsoïde quand la paroi est lisse (c'est-à-dire lorsque l'amplitude $a_1 = 0.0$). La figure ici montre également que la couche limite varie avec l'augmentation de l'amplitude protubérance. En effet, la paroi ondulée développe la couche limite le long de la paroi, ce qui signifie que la surface d'échange entre la paroi et le milieu ambiant devient plus large. La figure 4 illustre la variation de la vitesse V selon la composante normale en fonction de η . Le profil de la vitesse V décroît avec η jusqu'à un maximum, puis croît également vers zéro. On remarque que le profil de la vitesse selon la normale est l'opposé de celui selon la méridienne, malgré les différences entre les valeurs, et que les détachements des fluides se produisent au même point. L'augmentation de l'amplitude provoque le détachement des particules sur la paroi, tandis que pour une paroi lisse, ces particules sont refoulées vers celle-ci, favorisant ainsi une condition d'adhérence à la paroi.

La figure 5 montre la variation de la vitesse W selon la composante azimutale en fonction de η . Son profil décroît avec η vers zéro. Nous notons que l'épaisseur de la couche limite hydrodynamique diminue lorsque l'amplitude de la protubérance diminue. La différence entre la paroi lisse et ondulée est bien marquée selon la vitesse adimensionnelle azimutale. Pour une amplitude zéro $a_1 = 0.0$, la vitesse maximale est d'environ 80 m/s et les particules adhèrent à la paroi au voisinage de $\eta = 0.09$. Pour une paroi ondulée, la vitesse maximale est comprise entre 120 m/s et 140 m/s et ces particules adhèrent à la paroi au voisinage de $\eta = 0.35$. En présence de convection rotatoire, la vitesse azimutale est imposée pour assurer la rotation d'un ellipsoïde. En effet, la vitesse azimutale à la paroi varie en fonction de l'amplitude considérée, cette variation étant très intense au mur de l'ellipsoïde.

La figure 6 montre les courbes de la température adimensionnelle en fonction de η et plusieurs valeurs de l'amplitude protubérance a_1 . On constate que les creux sur la paroi n'ont pas d'effet significatif sur l'échange thermique entre la paroi et les particules fluides. En effet, la température des particules reste constante, quelle que soit la valeur de l'amplitude tirée. Par exemple, sur la figure 6, l'amplitude varie de $a_1 = 0.0$ à $a_1 = 0.4$, mais la température est supposée invariante. En effet, la couche limite hydrothermique ne se développe pas malgré l'évolution de l'amplitude protubérance. On note que la chauffe des particules à la paroi ne dépend pas de l'amplitude sinusoidale.

Les figures 7 et 8 montrent les variations du coefficient de frottement le long de la coordonnée méridienne et le long de la coordonnée azimutale en fonction de ξ . Le terme C_{fu} tient une fonction sinusoidale croissante en fonction de ξ et pour le terme C_{fw} porte une fonction sinusoidale décroissante en fonction de ξ . Nous avons constaté que les coefficients de frottement sont faibles lorsque la paroi est lisse. Par conséquent, la surface d'échange entre la paroi et le milieu environnemental se réduit. Ce résultat est confirmé par les figures 10 et 12 qui montrent l'évolution de la vitesse adimensionnelle méridienne et azimutale en fonction de η . Tandis que pour une paroi ondulée ($a_1 > 0$), les coefficients de frottement se développent le long de la paroi.

Le nombre de Nusselt suit une fonction sinusoidale croissante de ξ . Le nombre de Nusselt ne varie pas avec l'amplitude protubérance, mais la période sinusoidale et l'amplitude évoluent avec laquelle. C'est la raison pour laquelle le profil de la paroi lisse est une fonction non sinusoidale. En effet, l'échange thermique le long de la paroi est toujours stable, puisque le nombre de Nusselt est indépendant de l'amplitude. Cela est prouvé par la figure 9 qui montre la variation du nombre de Nusselt en fonction de ξ pour plusieurs valeurs de l'amplitude sinusoidale a_1 .

3.2 Influence du facteur de forme

La figure 10 montre la variation de la vitesse adimensionnelle U en fonction de η et pour différentes valeurs de R . Elle augmente jusqu'à un maximum au voisinage de $\eta = 0.01$, puis diminue rapidement vers zéro, ce qui correspond à la condition d'adhérence. On constate que la vitesse d'écoulement est avantagée tout près du bord d'attaque pour l'ellipsoïde aplati, mais elle devient très faible lorsqu'elle s'éloigne du bord d'attaque. En effet, il y a des changements entre les profils au cours des diminutions, c'est-à-dire que les particules fluides fortes vitesses sont portées par l'ellipsoïde allongé après des changements et avant ils sont tenus par l'aplatissement. L'aplatissement favorise l'épaisseur de la couche limite, malgré l'allongement de l'ellipsoïde qui élargit sa longueur. La surface d'échange entre la paroi et le milieu ambiant s'agrandit tant que le facteur de forme R diminue. La figure 11 illustre l'évolution de la vitesse V selon la composante normale en fonction de η . Elle décroît négativement jusqu'à un minimum, puis croît vers zéro. On remarque que le détachement de la couche limite à la paroi selon la normale est dirigé par l'allongement. Les particules fluides se détachent plus facilement pour l'ellipsoïde aplati. Les fluides adhèrent à la paroi au voisinage de $\eta = 0.015$ à $\eta = 0.04$, ce qui signifie que le détachement de la couche limite est bien marqué au proche du bord d'attaque. L'augmentation de R perturbe la vitesse d'écoulement selon la méridienne avant de passer un point d'inflexion et après elle est avantagée par cette augmentation.

La figure 12 montre la variation de la température adimensionnelle T en fonction de η et pour différentes valeurs du facteur de forme R . Nous constatons que l'allongement diminue les échanges thermiques entre la paroi et le milieu ambiant, ce qui provoque l'apparition d'une couche limite fine au mur de l'ellipsoïde. À l'inverse, l'aplatissement favorise les couches limites thermiques le long de la paroi de l'ellipsoïde. L'augmentation de R ralentit le transfert thermique entre la paroi et le milieu ambiant. Nous remarquons que la masse du fluide refroidit lorsque le facteur de forme R augmente : l'ellipsoïde rejoint le critère qui définit d'allongé. Ainsi, la rotation de ce corps chauffe les particules fluides le long de la paroi, ce qui provoque la disparition du fluide visqueux.

D'après les résultats de la simulation numérique, le coefficient de frottement selon l'azimutal suit une fonction sinusoidale décroissante et varie avec le facteur de forme R , tandis que le coefficient selon le méridien suit une fonction sinusoidale croissante. Les coefficients de frottements sont augmentés par l'allongement, c'est-à-dire lorsque le facteur de forme est strictement supérieur à un ($R > 1$). Selon le méridien, il est très considérable à partir de l'abscisse au voisinage de $\xi = 0.5$ et pour l'azimutale, il se trouve au mur de l'ellipsoïde. Ces résultats sont présentés par les figures 13 et 14 qui prouvent que la couche limite est provoquée par la viscosité du fluide. Ce résultat est confirmé par la figure 10 qui montre la variation de la vitesse adimensionnelle méridienne.

La figure 15 montre la variation du nombre de Nusselt en fonction de ξ et pour différentes valeurs de R . Son profil a la forme d'une fonction sinusoidale décroissante. Il existe un point optimal près de $\xi = 0.4$ qui est indépendant de R . On constate que l'aplatissement augmente le terme de Nu avant ce point et à près se réduit, mais il augmente pour l'ellipsoïde allongé. De même, la diminution de R accélère l'échange thermique entre la paroi et le milieu ambiant, ce qui fait que les particules adhèrent plus loin du bord d'attaque. Par ailleurs, l'échange selon l'azimutal est plus perturbé surtout pour $R = 0.5$ que selon les autres directions.

5. CONCLUSION

Cet article a pour objectif d'étudier la convection rotatoire autour d'une ellipsoïde verticale à paroi non uniforme immergée dans un écoulement de gaz hydrogène avec des propriétés physiques variables. Les résultats de la simulation numérique montrent que les vitesses de la couche limite selon les directions méridienne, azimutale et normale, ainsi que la température, dépendent de l'amplitude protubérance et du paramètre du facteur de forme R . Les coefficients de frottements et le nombre de Nusselt sont également influencés par ce paramètre, et le nombre de Nusselt n'a pas d'effets importants avec l'amplitude sinusoidale. La diminution de a_1 et l'allongement de l'ellipsoïde ralentissent l'écoulement des particules fluides le long de la paroi, la rotation de laquelle réchauffe la masse des particules fluides. L'influence de l'amplitude est plus marquée selon la vitesse azimutale, puis elle est faible pour la température adimensionnelle. Les coefficients de frottement augmentent avec l'allongement et l'amplitude sinusoidale.

Nomenclatures

Lettres latines

A : amplitude du profil sinusoidale, m

a_1 : amplitude adimensionnelle du profil sinusoidale

a : demi-axe horizontal, m

b : demi-axe vertical, m

Cf_u : coefficient de frottement suivant x

Cf_w : coefficient de frottement suivant, θ

Cp : capacité calorifique, $J.Kg^{-1}K^{-1}$

g : accélération pesanteur, $m.s^{-2}$

$F(x)$: profil de la paroi sinusoidale d'ellipsoïde

L : longueur de référence, m

N_u : nombre de Nusselt

P : pression, Pa

Pr : nombre de Prandtl

R : rapport de forme ($R=a/b$)

Re_w : nombre de Reynolds relatif à la rotation ($Re_w = \omega L^2 / \nu$)

$S(x)$: configuration sur la direction x

T : température du fluide, K

T_∞ : température du fluide infini, K

T_p : température du fluide à la paroi, K

U : composante méridienne de la vitesse, $m.s^{-2}$

V : composante normale de la vitesse, $m.s^{-2}$

Lettres grecques

φ : coordonnée azimutale du système, *rad*

β_t : coefficient de dilatation volumique du fluide, K^{-1}

λ : viscosité dynamique du fluide, $Kg.m^{-1}.s^{-1}$

μ : conductivité thermique du fluide, $W.m^{-1}.K^{-1}$

ν : viscosité cinématique du fluide, $m^2.s^{-2}$

ω : vitesse angulaire, $rad.s^{-1}$

θ : angle azimutal, *rad*

ξ, η : coordonnées homotopiques adimensionnelles

τ_p : contrainte de frottement suivant θ , $Kg.m^{-1}.s^{-2}$

τ_{px} : contrainte de frottement suivant θ , $Kg.m^{-1}.s^{-2}$

ρ_1 : rayon du vecteur suivant méridien

λ_0 : longueur d'onde du profil sinusoïdal, *m*

Exposant

± : grandeurs adimensionnelles

6. REFERENCES

- 1 M. RAKOTOMALALA. et al, «Convection mixte autour de corps à symétrie de révolution,» *Rev. Gén. Therm. Fr.*, pp. 390-391, 1994.
- 2 Cherif. A. et al, «Contrôle hydrodynamique des couches limites thermiques en convection mixte autour d'ellipsoïdes aplatis axisymétriques,» *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1997.
- 3 Mayoudf SI ABDALLAH. et al, «Étude de la convection naturelle thermique et massique laminaire et permanent dans la couche limite autour d'un tronç cône paroi sinusoïdale,» *12^{ème} Journée Internationales de Thermique*, vol. 31, pp. 793-801, 2005.
- 4 Miroslav KOTOUC. et al, « Transition à la tridimensionalité de l'écoulement autour d'une sphère fixe,» *18^{ème} Congrès Français de Mécanique*, vol. 3, pp. 27-31, août 2007.
- 5 Modeste RAMARAZARA . et al, « Mixed convection of an axisymmetric flow of air with variable physical properties,» *In The Canadian Journal of Chemical Engineering*, vol. 40, pp. 37-44, 2007.
- 6 Ulrich CANISSIUS., «Contribution à l'étude des transferts thermiques convectifs tridimensionnels autour d'un cône de révolution,» *International Journal of Advanced Research in Physical Science (IJARPS)*, vol. 3, pp. 48-60, 2016.
- 7 F Germain BEZANDRY., «. Etude numérique de la convection rotatoire pure autour d'un cône de révolution,» *Rev.Ivoir. Sci. Technol.*, vol. 29, pp. 1- 5, 2017.
- 8 Martini ZAFINDRABIRA. et al., « Transfert thermique par convection naturelle laminaire dans la couche limite autour d'un ellipsoïde a paroi sinusoïdale,» *American Journal of Innovative Research and Applied Sciences*, vol. 17, pp. 200-208, 2023.



How to cite this article: Martini ZAFINDRABIRA, François d'Assise RAKOTOMANGA, Modeste RAMARAZARA, et Edouard ALIDINA. ÉTUDE NUMÉRIQUE DE LA CONVECTION ROTATOIRE AUTOUR D'UN ELLIPSOÏDE À PAROI SINUSOÏDALE. *Am. J. innov. res. appl. sci.* 2023;17(6):85-95. DOI : 10.5281/zenodo.10429573

This is an Open Access article distributed in accordance with the Creative Commons Attribution Non Commercial (CC BY-NC 4.0) license, which permits others to distribute, remix, adapt, build upon this work non-commercially, and license their derivative works on different terms, provided the original work is properly cited and the use is non-commercial. See:

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>