

TRANSFERT THERMIQUE PAR CONVECTION NATURELLE LAMINAIRE DANS LA COUCHE LIMITE AUTOUR D'UN ELLIPSOÏDE A PAROI SINUSOÏDALE

NATURAL LAMINAR CONVECTIVE HEAT TRANSFER IN THE BOUNDARY LAYER AROUND AN ELLIPSOID WITH SINUSOIDAL WALL



| Martini ZAFINDRABIRA ^{1*} | François d'Assise RAKOTOMANGA ^{1,2} | Modeste RAMAROZARA ^{1,2} | et | Edouard ALIDINA ^{1,2} |

¹. Université d'Antsiranana | Ecole doctorale thématique, Energie renouvelable et Environnement | Laboratoire de Mécanique des Fluides et Systèmes Energétiques Appliqués (LMFSEA) | B.P 0 Antsiranana 201 | Madagascar |

². Université d'Antsiranana | Faculté des Sciences | B.P 0 Antsiranana 201 | Madagascar

| Received August 15, 2023 |

| Accepted August 17, 2023 |

| Published September 19 2023 |

| ID Article | Martini-Ref3-2-17ajiras150923 |

RESUME

Contexte : Le transfert de chaleur par convection naturelle à travers des corps à symétrie de révolution a suscité ces dernières années un intérêt considérable en raison de ses diverses applications dans le domaine technologique. De nombreuses études, à la fois théoriques et expérimentales, ont déjà été menées sur la convection naturelle se développant sur des surfaces ondulées.

Objectif : L'objectif de ce travail consiste à étudier numériquement le transfert thermique par convection naturelle dans la couche limite développée autour d'un ellipsoïde vertical à paroi sinusoïdale. Le fluide considéré, supposé newtonien, est de l'hydrogène porté à une très haute température de 500 °C, ce qui confère à ce fluide des propriétés physiques variables en fonction de la température. L'influence de la variabilité des propriétés physiques et de l'amplitude sinusoïdale pariétale est analysée. **Méthode** : Tout d'abord, les équations de transfert dans la couche limite, à savoir l'équation de continuité, l'équation de Navier-Stokes et l'équation de l'énergie, sont discrétisées en utilisant la méthode des différences finies sous sa forme implicite. Ensuite, elles sont arrangées et résolues à l'aide de l'algorithme de Thomas. La simulation numérique est réalisée à l'aide d'un programme écrit en langage Fortran.

Résultats : Les résultats numériques sont présentés sous forme de profils adimensionnels des vitesses et de la température, du nombre de Nusselt et du coefficient de frottement pariétal. Lorsque les propriétés physiques sont variables, la masse du fluide devient plus chaude, et la vitesse d'écoulement suivant la méridienne atteint un maximum. L'augmentation de l'amplitude a_1 augmente la surface d'échange entre la paroi et le milieu ambiant, sans avoir un effet significatif sur le transfert thermique. Nous avons observé que les profils de vitesses pour l'amplitude impaire sont toujours plus faibles que ceux pour l'amplitude paire. **Conclusion** : En présence de la variabilité des propriétés physiques, les particules fluides de faible viscosité sont repoussées vers la paroi par aspiration, et les vitesses sont plus élevées que dans le cas des propriétés physiques constantes. La variation de l'amplitude n'a pas d'effets considérables sur la température adimensionnelle. En outre, la surface d'échange entre le fluide et le milieu ambiant augmente en présence de la protubérance.

Mots-clés : Etude numérique, écoulement de la convection naturelle, régime laminaire et permanent, transfert thermique, paroi sinusoïdale, propriétés physiques variables

ABSTRACT

Context: Natural convection heat transfer through bodies with axisymmetric shapes has garnered significant interest in recent years due to its various technological applications. Additionally, numerous studies, both theoretical and experimental, have already been conducted on natural convection that develops on wavy surfaces. **Objective**: The aim of this study is to numerically investigate heat transfer by natural convection within the boundary layer developed around a vertically oriented ellipsoid with a sinusoidal wall. The considered fluid, assumed to be Newtonian, is hydrogen heated to a very high temperature of 500°C, resulting in variable physical properties with temperature. The influence of the variability of physical properties and the sinusoidal wall amplitude is analyzed.

Method: Firstly, the transfer equations within the boundary layer, including the continuity equation, the Navier-Stokes equation, and the energy equation, are discretized using the implicit finite difference method. They are then arranged and solved using the Thomas algorithm. Numerical simulation is carried out using a program written in Fortran. **Results**: The numerical results are presented in the form of dimensionless profiles of velocity and temperature, Nusselt number, and wall friction coefficient. When physical properties vary, the fluid mass becomes hotter, and the meridional flow velocity reaches a maximum point. Increasing the amplitude a_1 enlarges the exchange area between the wall and the ambient medium, without having a significant effect on heat transfer. We observed that velocity profiles for odd amplitudes are consistently lower than those for even amplitudes. **Conclusion**: In the presence of variable physical properties, low-viscosity fluid particles are pushed toward the wall due to suction, and velocities are higher than those under constant physical properties. The variation in amplitude has no considerable effects on dimensionless temperature. Furthermore, the exchange area between the fluid and the ambient medium increases in the presence of the protrusion.

Keywords: Numerical study, Natural convection flow, Laminar and steady regime, Heat transfer, Sinusoidal wall, Variable physical properties.

1. INTRODUCTION

Les transferts de momentum et de chaleur qui surviennent autour de corps présentant une symétrie de révolution ont fait l'objet de nombreuses recherches, tant sur le plan théorique qu'expérimental, en raison de leur importance cruciale dans divers domaines technologiques. Des applications industrielles et technologiques notables comprennent les collecteurs solaires, les échangeurs de chaleur, le refroidissement des composants électroniques et l'industrie agroalimentaire. Par conséquent, de nombreuses études ont été publiées concernant les phénomènes de convection autour de corps solides. Raminosoa et al. (1994) ont mené une étude sur la convection mixte autour d'une sphère en

rotation uniforme, révélant l'impact significatif des variations des propriétés physiques sur l'écoulement et le transfert de chaleur [1]. Prétot et al. (2000) ont examiné l'influence de la topographie de la surface sur la convection naturelle au-dessus de plaques horizontales. Leurs résultats ont montré comment la topographie de la surface modifie la morphologie de l'écoulement, entraînant des transferts moins intenses par rapport à une plaque plane de surface projetée équivalente [2]. Anwar et al., (2001) ont exploré l'effet des propriétés physiques variables, telles que la conductivité thermique et la viscosité, sur la convection naturelle autour d'un cône à paroi ondulée. Leur étude a noté que l'augmentation de la viscosité entraînait une réduction du coefficient de frottement et du nombre de Nusselt moyen [3].

Mayoudf et al. (2005) ont réalisé une étude numérique sur la convection naturelle et le transfert de masse autour d'un cône tronqué à paroi sinusoïdale. Leur investigation a révélé que l'augmentation de l'amplitude sinusoïdale de la surface de la paroi entraînait une diminution des nombres locaux et moyens de Nusselt et de Sherwood [4]. Ramarozara et al. (2007) ont mené des recherches sur la convection mixte générée par la rotation uniforme d'un ellipsoïde de révolution immergé dans un flux d'air ascendant aux propriétés physiques variables. Leurs résultats ont montré que la rotation de l'ellipsoïde chauffait la masse de fluide, provoquant la disparition de la viscosité du fluide [5]. Canissius (2016) a examiné l'influence de l'angle d'inclinaison et du facteur de forme sur la convection mixte autour d'un ellipsoïde de révolution, révélant que l'épaisseur de la couche limite variait en fonction de l'abscisse curviligne et de l'angle d'inclinaison [6]. Fanambinantsoa et al., (2022) ont effectué une étude numérique sur la transition vers le chaos dans la convection mixte laminaire à l'intérieur d'un canal rectangulaire horizontal équipé de protubérances sinusoïdales. Leur investigation a observé qu'à de faibles nombres de Richardson (Ri), le régime d'écoulement restait stable, mais à mesure que Ri augmentait, le régime devenait périodique avant de subir des perturbations intenses et de devenir chaotique [7]. A ce propose le présent travail consiste en une étude numérique de la convection naturelle autour d'un ellipsoïde vertical doté d'un profil de paroi sinusoïdal. L'objectif principal est d'analyser l'influence des propriétés physiques variables et de l'amplitude sinusoïdale sur l'écoulement et le transfert de chaleur.

2. MATERIELS ET METHODES

2.1 Modèle physique

Le système étudié est un ellipsoïde de révolution, vertical, plongé dans un fluide newtonien (Figure 1). La paroi du corps est supposée à une température constante T_p , différente de la température T_∞ du fluide loin de la paroi qui est également constante. Dans cette étude, nous nous intéressons à l'influence de la variabilité des propriétés physiques et de l'amplitude sinusoïdale a_1 sur les transferts d'impulsion et de chaleur en convection naturelle autour d'un ellipsoïde vertical.

2.2 Hypothèse simplificatrices

Outre les hypothèses classiques de la couche limite, nous posons les hypothèses simplificatrices suivantes :

- L'ellipsoïde est vertical et immobile.
- L'écoulement et les transferts sont bidimensionnels, laminaires et permanents,
- Le fluide considéré est de l'hydrogène assimilé à un gaz incompressible.
- Les transferts par rayonnement et la dissipation d'énergie visqueuse sont négligeables,
- Les propriétés physiques du fluide sont constantes à l'infini.

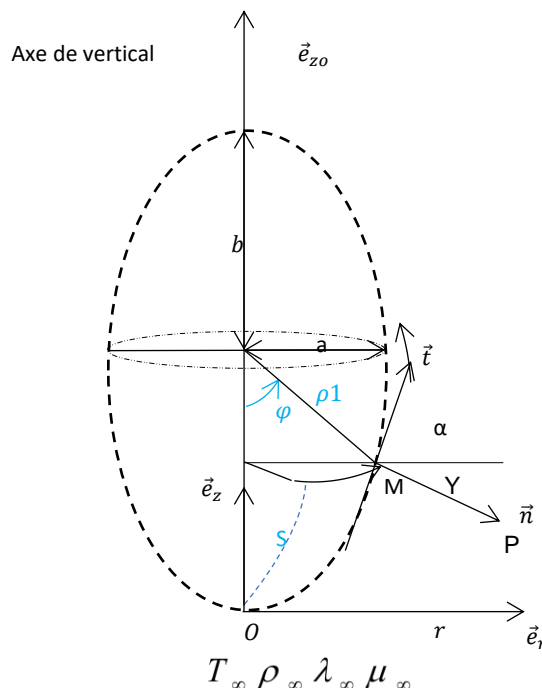


Figure 1 : Représentation schématique du modèle physique.

2.3 Equations de conservation dans la couche limite

2.3.1 Equation de continuité

$$\frac{\partial(\rho U)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V)}{\partial y} + \frac{\rho U}{r} \frac{dr}{dx} = 0 \quad (1)$$

2.3.2 Equation de la quantité de mouvement

$$\rho \left(U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial U}{\partial y} \right) + g \beta_i \rho_\infty S_{(x)} (T - T_\infty) \quad (2)$$

avec $S_x = \sin(\varphi)$; $\beta_i = \frac{1}{T_\infty}$; $f(x) = A \sin \left[2\pi \left(\frac{x-x_0}{\lambda_0} \right) \right]$ et $r = \rho l \sin(\varphi) + f(x) \cos(\varphi)$

2.3.3 Equation de la chaleur

$$\rho C_p \left(U \frac{\partial T}{\partial x} + V \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (3)$$

2.4 Conditions aux limites

- A la surface ondulée : $y = f(x)$ et $x \geq x_0$

$$T(x, y) = 1; U(x, y) = 0 \text{ et } V(x, y) = 0 \quad (4)$$

- Loin de la paroi : $y \rightarrow \infty$

$$T(x, y) = 0; U(x, y) = 0 \text{ et } V(x, y) = 0 \quad (5)$$

Les propriétés physiques du fluide dans la couche limite sont calculées à l'aide des relations suivantes :

$$\rho(T) = \rho(T_r, P_r) \frac{T_r P}{T P_r} \quad (6)$$

$$\mu(T) = \mu(T_r) \frac{\Gamma(T_r)}{\Gamma(T')} \sqrt{\frac{T}{T_r}} \quad (7)$$

$$\lambda(T) = \lambda(T_r) \frac{\Gamma(T_r)}{\Gamma(T')} \sqrt{\frac{T}{T_r}} \quad (8)$$

Avec $1 < T' = \frac{kT}{e} < 90$ et pour l'hydrogène

$$\Gamma(T') = \exp \left[0,45567 - 0,53955 \ln T' + 0,1826 (\ln T')^2 - 0,3629 (\ln T')^3 + 0,24 (\ln T')^4 \right] \quad (9)$$

$$C_p(T) = 1,3650 + 1,65T + 2,5 \cdot 10^{-6} T^2 \quad (10)$$

La température T_r et la pression P_r de référence sont respectivement égales à 25 °C et 1.013 10⁵ Pa

$$\mu(T_r) = 8,25 \cdot 10^{-6} \text{ kgm}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} \quad (11)$$

$$\rho(T_r) = 0,089 \text{ kgm}^{-3} \quad (12)$$

$$C_p(T_r) = 14364 \text{ J.kg}^{-1} \quad (13)$$

$$\lambda(T_r) = 0,1673 \text{ W.m}^{-1} \cdot \text{k}^{-1} \quad (14)$$

2.5 Grandeurs caractéristiques

- Nombre de Nusselt :

$$Nu = - \frac{L}{(T_p - T_\infty) \lambda_\infty} \left[\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right]_{y=0} \quad (15)$$

- Nombre de Grashof :

$$Gr = \frac{g \beta_i L^3 (T_p - T_\infty)}{\nu_\infty^2} \quad (16)$$

- Contrainte de frottement à la paroi suivant x: $\tau_{px} = \left[\mu \frac{\partial U}{\partial y} \right]_{y=0}$ (17)

- Coefficient de frottement pariétal : $Cf_u = \frac{2\tau_{px}}{\rho_\infty V_\infty^2}$ (18)

2.6 Transformation des équations adimensionnelles

En utilisant les variables adimensionnelles suivantes :

$$x_+ = \frac{x}{L}; \varphi_+ = \frac{\varphi}{\pi}; r^+ = \frac{r}{L}; a1 = \frac{A}{L}; \rho_+ = \frac{\rho}{\rho_\infty}; \mu_+ = \frac{\mu}{\mu_\infty}; C_p^+ = \frac{C_p}{C_{p\infty}}; \lambda_+ = \frac{\lambda}{\lambda_\infty}; T^+ = \frac{T - T_\infty}{T_p - T_\infty}$$

$$y_+ = \frac{y}{L} \left(Gr^{\frac{1}{4}} \right); U^+ = U \left(\frac{LGr^{\frac{1}{4}}}{v_\infty} \right) \text{ et } V^+ = V \left(\frac{LGr^{\frac{1}{4}}}{v_\infty} \right)$$

Pour transformer la surface de l'ellipsoïde en une surface plane, nous avons utilisé la transformation homotopique suivante :

$$\xi = x_+ , \eta = \frac{y_+ - F(x_+)}{\frac{1}{x_+^4} - F(x_+)}$$

avec $\xi \geq 0$ et $0 \leq \eta \leq 1$

Avec :

$$F(\xi) = a1 \sin(2\pi\xi) ,$$

$$r(\xi) = \rho1 \sin \varphi + F(\xi) \cos \varphi .$$

A l'aide de cette transformation, les équations des transferts et les conditions aux limites seront écrites dans le système de coordonnées (ξ, η) , dans lequel les dérivées partielles de ces coordonnées par rapport aux variables primitives sont définies comme suit :

$$\frac{\partial \xi}{\partial x_+} = \xi_x = 1, \frac{\partial \xi}{\partial y_+} = \xi_y = 0, \frac{\partial \eta}{\partial y_+} = \eta_y = \frac{1}{\xi^4 - F(\xi)}, \frac{\partial \eta}{\partial x_+} = \eta_x = \frac{(\eta-1)F'(\xi) - \eta \frac{\xi^{-\frac{3}{4}}}{4}}{\xi^4 - F(\xi)}, \eta_{xx} = \eta_{yy} = 0$$

2.6.1 Equation de continuité

$$\frac{\partial}{\partial \xi} (\rho_+ U^+) + \eta_x \frac{\partial}{\partial \eta} (\rho_+ U^+) + Gr^{-\frac{1}{4}} \eta_y \frac{\partial}{\partial \eta} (\rho_+ V^+) + \frac{\rho_+ U^+}{r^+} \left(\frac{\partial r^+}{\partial \xi} \right) = 0$$
 (19)

2.6.2 Equations de la quantité de mouvement

$$\rho_+ \left[U^+ \left(\frac{\partial U^+}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial U^+}{\partial \eta} \right) + Gr^{-\frac{1}{4}} V^+ \eta_y \frac{\partial U^+}{\partial \eta} \right] = Gr^{\frac{1}{4}} \eta_y^2 \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\mu_+ \frac{\partial U^+}{\partial \eta} \right) + Gr^{\frac{1}{2}} S_{(\xi)} T^+$$
 (20)

2.6.3 Equation de la chaleur

$$\rho_+ C_{p+} \left[U^+ \left(\frac{\partial T^+}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial T^+}{\partial \eta} \right) + Gr^{-\frac{1}{4}} V^+ \eta_y \frac{\partial T^+}{\partial \eta} \right] = \frac{Gr^{\frac{1}{4}}}{Pr} \eta_y^2 \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\lambda_+ \frac{\partial T^+}{\partial \eta} \right)$$
 (21)

2.6.4 Conditions aux limites

- A la surface ondulée : $\eta = 0$ et $\xi \geq x_0$

$$T^+(\xi, 0) = 1; U^+(\xi, 0) = V^+(\xi, 0) = 0$$
 (22)

- Loin de la paroi : $\eta \rightarrow \infty$

$$T^+(\xi, \eta) = U^+(\xi, \eta) = V^+(\xi, \eta) = 0$$
 (23)

2.6.5 Nombre de Nusselt et coefficients de frottement

- Nombre de Nusselt :
$$Nu = -Gr^{\frac{1}{4}} \eta_y \lambda_+ \left(\frac{\partial T^+}{\partial \eta} \right)_{\eta=0} \tag{24}$$

- Coefficient de frottement :
$$Cf_u = 2Gr^{\frac{1}{2}} \eta_y \mu_+ \left(\frac{\partial U^+}{\partial \eta} \right)_{\eta=0} \tag{25}$$

2.7 Résolution numérique

Les équations de continuité, de quantité de mouvements et de la chaleur associées aux conditions limites sont discrétisées à l'aide d'une méthode implicite aux différences finies. Ainsi, les équations de quantité de mouvement et de la chaleur se mettent sous la forme d'un système d'équations :

$$A_j X_{j-1} + B_j X_j + C_j X_{j+1} = D_j \quad 2 \leq J \leq \max - 1$$

qui sera résolu par l'algorithme de Thomas.

Le critère de convergence pour vérifier simultanément T, U et V est défini comme :

$$\left| \frac{\max(F^{N+1} - F^N)}{\max(F^N)} \right| \leq 10^{-6} \tag{26}$$

Enfin les dérivées partielles des expressions de Nombre Nusselt et des coefficients de frottement sont déterminés par une approche de discrétisation à trois points.

2.8 Validation du code de calcul

Pour valider la précision de notre code de calcul lors de la simulation numérique, nous avons effectué une comparaison entre les résultats générés par notre code et ceux disponibles dans la littérature. Plus spécifiquement, nous avons étudié la convection naturelle autour d'une sphère immergée dans un écoulement d'hydrogène, en nous appuyant sur les travaux préalablement présentés par Raminosoa et al., en 1994 [1].

La comparaison des profils adimensionnels de la vitesse méridienne en fonction de la coordonnée normale pour $x+ = 90^\circ$, comme illustrée dans la figure 2, a confirmé l'importance des propriétés physiques et a révélé une concordance satisfaisante entre nos résultats et ceux de la référence, avec une erreur relative maximale ne dépassant pas huit pour cent (8%).

Tableau 1 : Comparaison de la vitesse méridienne adimensionnelle en fonction de Y^* .

Coordonnée normale	Présent travail	Raminosoa et al, (1994) [1]
0	0	0
0,06048	0,00352	0,00352
0,12096	0,00680	0,00662
0,18144	0,00989	0,00978
0,24192	0,01281	0,01280
1,0281	0,03703	0,03698
1,0886	0,03805	0,03802
1,1491	0,03900	0,03898
1,2096	0,03986	0,03966
1,2701	0,04065	0,04053
2,0563	0,04581	0,04579
2,1168	0,04591	0,04583
2,1772	0,04598	0,04575
2,2377	0,04602	0,04598
2,2982	0,04603	0,04601
3,0239	0,04461	0,04452
3,0844	0,04439	0,04424
3,1449	0,04417	0,04405
3,2054	0,04394	0,04386
3,2659	0,04370	0,04329
4,0521	0,04015	0,04008
4,1126	0,03986	0,03984
4,1730	0,03957	0,03942
4,2335	0,03956	0,03917
4,2940	0,03956	0,03896
5,0197	0,03555	0,03553

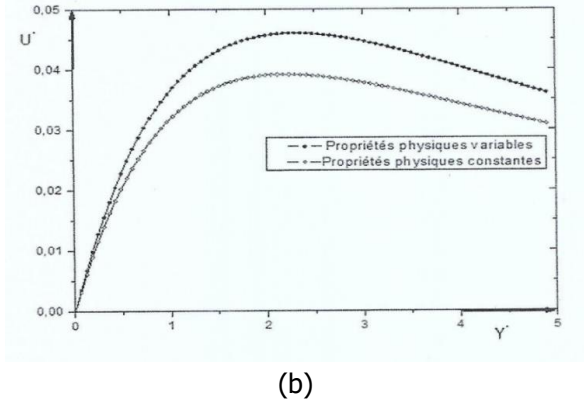
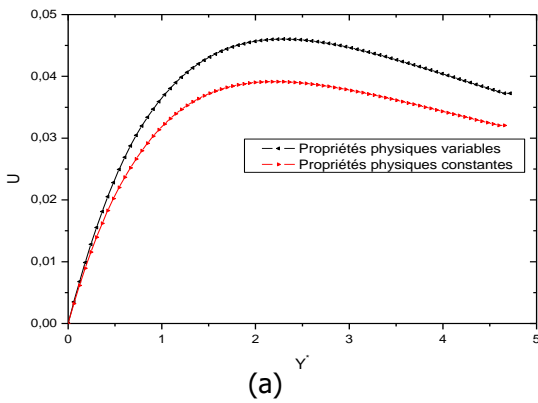


Figure 2: Comparaison de nos résultats (a) avec ceux de Raminosa et al., (1994) [1] (b).

3.RESULTATS

3.1 Influence de la variabilité des propriétés physiques

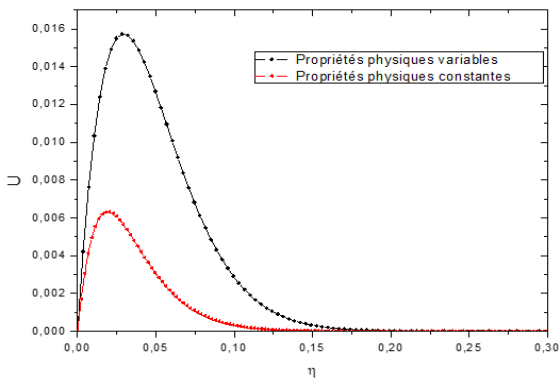


Figure 3 Evolution de la vitesse méridienne en fonction de η pour $\xi = 0.02$.

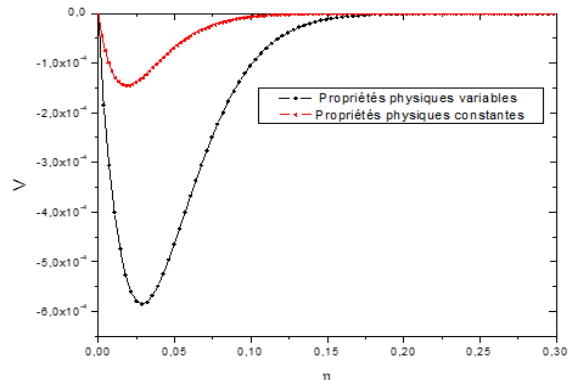


Figure 4: Evolution de la vitesse normale en fonction de η pour $\xi = 0.02$.

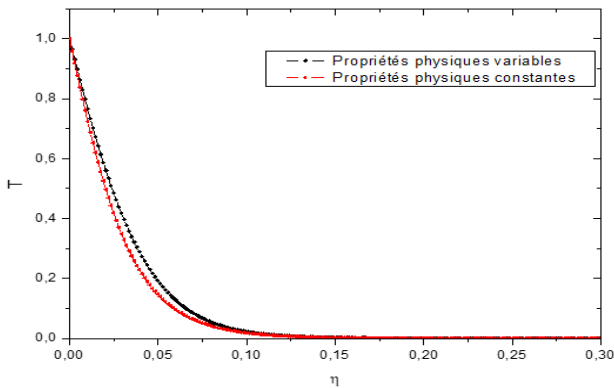


Figure 5: Evolution de la température en fonction de η pour $\xi = 0.02$.

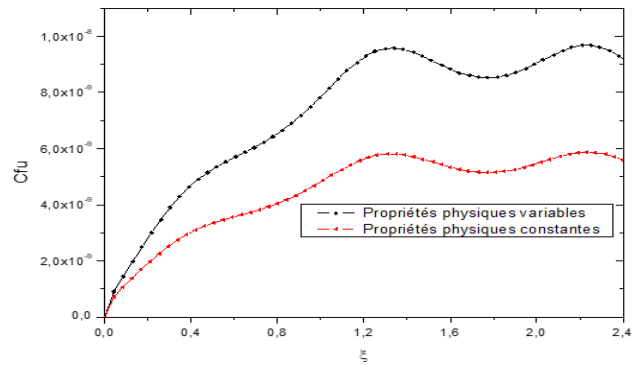


Figure 6: Evolution de Cf_u en fonction de ξ .

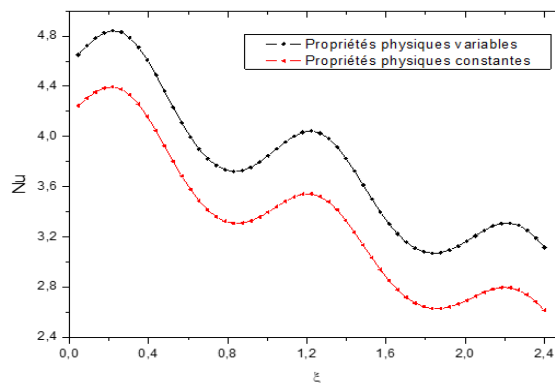


Figure 7 : Evolution de Nu en fonction de ξ .

3.2 Influence de l'amplitude sinusoïdale

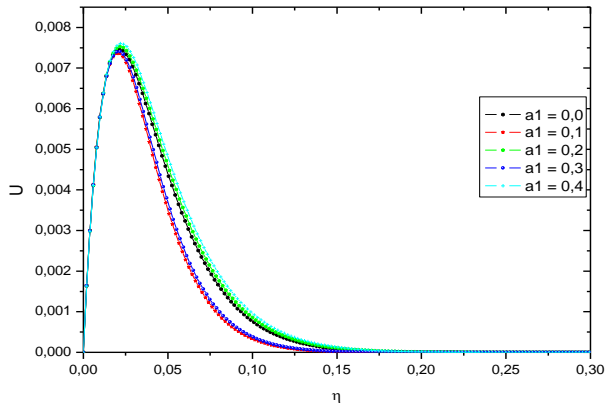


Figure 8 : Evolution de la vitesse méridienne en fonction de η pour $\xi = 0.02$ et plusieurs valeurs de a_1 .

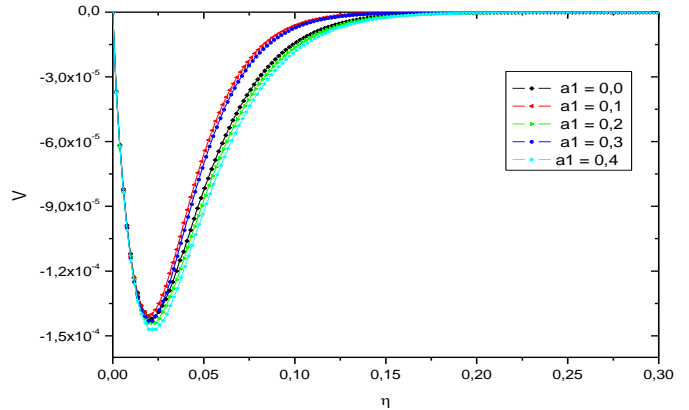


Figure 9: Evolution de la vitesse normale en fonction de η pour $\xi = 0.02$ et plusieurs valeurs de a_1 .

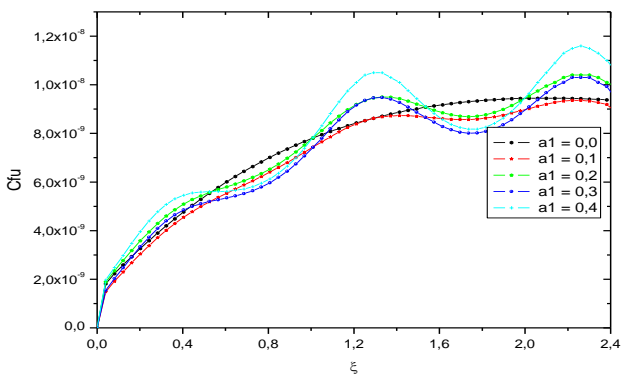


Figure 9: Evolution de la température en fonction de η pour $\xi = 0.02$ et plusieurs valeurs de a_1 .

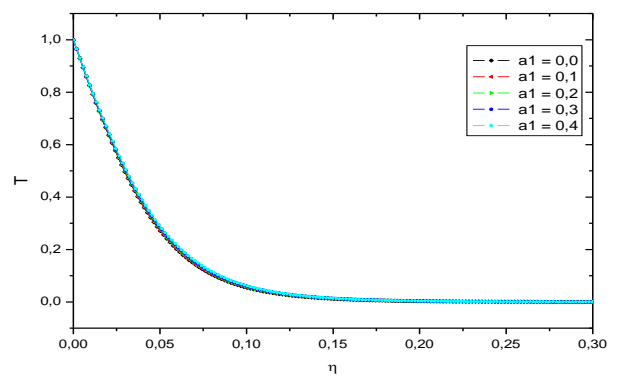


Figure 10: Evolution de Cf_u en fonction de ξ et plusieurs valeurs de a_1 .

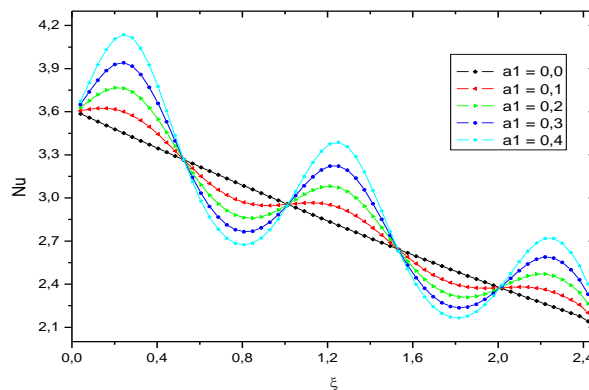


Figure 11: Evolution de Nu en fonction de ξ et plusieurs valeurs de a_1 .

4. DISCUSSION

Le présent travail se penche sur la convection naturelle autour d'un ellipsoïde à paroi ondulée immergé dans un écoulement de gaz dont les propriétés physiques varient, en l'occurrence, nous considérons l'hydrogène. Les simulations numériques ont été effectuées pour différentes valeurs de l'amplitude a_1 , tout en maintenant l'abscisse à $\xi = 0.02$ et le nombre de Prandtl $Pr = 0.71$ constants. Pour analyser les résultats de ces simulations, nous examinons les vitesses d'écoulement, le champ de température, le coefficient de frottement et le nombre de Nusselt.

4.1 Influence de la variabilité des propriétés physiques

La figure 3 illustre la variation de la composante méridienne adimensionnelle de la vitesse en fonction de η pour $\xi = 0.02$. Nous observons que le profil de cette vitesse atteint un pic significatif lorsque les propriétés physiques varient.

Cela indique que la masse du fluide près de la paroi subit une convection naturelle, intensifiant ainsi le transfert de matières réactives dans cette zone. En présence de propriétés physiques variables, la vitesse d'écoulement est dominante par rapport à celle en cas de propriétés physiques constantes. Ce phénomène révèle également que la variabilité des propriétés physiques élargit la couche limite le long de la paroi.

La figure 4 représente l'évolution de la composante normale adimensionnelle de la vitesse en fonction de η pour ξ fixé à 0.02. Nous constatons que la décroissance de cette vitesse est plus prononcée lorsque les propriétés physiques varient. Néanmoins, la variabilité des propriétés physiques favorise l'adhérence des particules fluides à la paroi, indiquant que le fluide est aspiré de manière significative vers la paroi lorsque celle-ci est maintenue à une température très élevée. La figure 5 illustre la variation de la température adimensionnelle en fonction de η pour une abscisse fixe. On remarque que la masse du fluide devient plus chaude lorsque les propriétés physiques du fluide sont variables, en raison de la faible viscosité des particules fluides. Le coefficient de frottement le long de la coordonnée méridienne présente une variation sinusoïdale croissante, comme illustré dans la figure 6. Ce coefficient est plus élevé lorsque les propriétés physiques sont variables. Nous notons également que le coefficient de frottement est plus important lorsque le fluide est soumis à une température élevée, soit une paroi maintenue à 500 °C. Cependant, à basse température, où les propriétés physiques sont constantes, l'épaisseur de la couche limite est réduite, comme le confirment les courbes de la figure 3.

La figure 7 présente la variation du nombre de Nusselt en fonction de l'abscisse ξ . Ce profil montre que la viscosité du fluide est faible lorsque les propriétés physiques du fluide sont variables, et le nombre de Nusselt suit une variation sinusoïdale décroissante par rapport à l'abscisse ξ . En d'autres termes, la variabilité des propriétés physiques influe considérablement sur l'échange de chaleur entre la paroi et le fluide. Ce résultat est en accord avec celui illustré dans la figure 5.

4.2 Influence de l'amplitude de la protubérance

La figure 8 présente l'évolution de la vitesse méridienne adimensionnelle en fonction de la coordonnée normale η pour différentes valeurs de l'amplitude de la protubérance et pour une abscisse ξ de 0.02. Ces courbes montrent que la vitesse méridienne atteint son maximum près de $\eta = 0.05$ et que son amplitude augmente lorsque la paroi passe d'une surface lisse à une paroi ondulée. En effet, l'augmentation de l'amplitude sinusoïdale permet d'augmenter la surface d'échange entre la paroi et le milieu ambiant, légèrement épaississant ainsi la couche limite pour les amplitudes paires.

L'évolution de la vitesse normale adimensionnelle en fonction de η pour différentes valeurs de l'amplitude de la protubérance et pour $\xi = 0.02$ est illustrée par la figure 4. Les profils de cette vitesse, marqués par des valeurs négatives, témoignent de l'aspiration des particules fluides vers la paroi. On observe que cette adhérence du fluide est plus prononcée lorsque la paroi de l'ellipsoïde est ondulée. En revanche, le décollement de la couche limite est marqué par la diminution de l'amplitude sinusoïdale, notamment lorsque cette dernière prend des valeurs impaires.

La figure 9 présente l'évolution du champ de température adimensionnelle en fonction de η pour différentes valeurs de l'amplitude sinusoïdale. On constate que la présence de la protubérance sinusoïdale n'a pas d'influence significative sur le profil du champ de température, qui reste pratiquement invariant quelle que soit la valeur de l'amplitude considérée. Néanmoins, le creux de la sinusoïde présent sur la paroi de l'ellipsoïde n'affecte pas le transfert thermique à travers la couche limite, indiquant que le transfert de chaleur par convection et conduction demeure stable, malgré la présence de la protubérance.

La figure 10 représente l'évolution du coefficient de frottement le long de la coordonnée méridienne en fonction de ξ . Le profil décrit une variation sinusoïdale croissante en présence de la protubérance sinusoïdale. En revanche, lorsque la paroi est lisse, le coefficient de frottement présente une variation croissante non périodique en fonction de l'abscisse. On remarque que le terme est plus élevé lorsque l'amplitude sinusoïdale augmente.

Enfin, la figure 11 illustre la variation du nombre de Nusselt en fonction de ξ pour différentes valeurs de l'amplitude. Le terme de suit une variation sinusoïdale croissante par rapport à ξ lorsque l'amplitude est strictement supérieure à zéro. On constate que le nombre de Nusselt le long de la paroi varie proportionnellement avec l'amplitude considérée. Les transferts de chaleur sont plus intenses au sommet de la sinusoïde, car les transferts s'effectuent principalement par convection, tandis que dans les creux de la sinusoïde, les transferts par conduction prédominent.

5. CONCLUSION

Cette étude se penche sur la convection naturelle autour d'un ellipsoïde vertical à paroi non uniforme, immergé dans un écoulement de gaz d'hydrogène caractérisé par des propriétés physiques variables. Les investigations menées dans ce cadre ont permis de mettre en évidence plusieurs observations significatives :

Dans un premier temps, les vitesses adimensionnelles, tant méridiennes que normales, présentes dans la couche limite, connaissent des variations marquées en présence de la protubérance. En revanche, la variation de l'amplitude de cette protubérance ne semble pas avoir d'incidence significative sur le champ de température. Cette observation suggère que le transfert thermique reste relativement stable, qu'il s'agisse d'une paroi lisse ou ondulée. Il est cependant important

de noter que l'augmentation de l'amplitude de la protubérance favorise l'augmentation de la surface d'échange entre le fluide et la paroi, ce qui a pour conséquence d'intensifier l'échange thermique par conduction entre ces deux éléments.

Par ailleurs, l'influence de la variabilité des propriétés physiques du fluide se fait ressentir de manière significative sur le coefficient de frottement et le nombre de Nusselt. Les résultats obtenus grâce aux simulations montrent que, en présence de propriétés physiques variables, les particules fluides prennent une température plus élevée, et cette variation peut entraîner leur détachement de la paroi, en particulier lorsque celle-ci est portée à une température très élevée.

Nomenclature

Lettres latines

a : longueur du demi-axe horizontal, m
A : amplitude du profil sinusoïdal, m
a1 : amplitude adimensionnelle du profil sinusoïdal
b : longueur du demi-axe vertical, m
C_{f_u} : coefficient de frottement suivant x
C_p : capacité calorifique, J. Kg⁻¹K⁻¹
F(x) : profil de la paroi sinusoïdale de l'ellipsoïde
g : accélération pesanteur, m. s⁻²
Gr : nombre de Grashof
k : constante de Boltzmann
L : longueur de référence, m
Nu : nombre de Nusselt
P : pression, Pa
Pr : nombre de Prandtl
S_x : projection du vecteur unitaire sur la direction x
T : température du fluide, K
T_p : température du fluide à la paroi, K
U : composante méridienne de la vitesse, m. s⁻¹
V : composante normale de la vitesse, m. s⁻¹
x : coordonnée méridienne, m
y : coordonnée normale, m

Lettres grecques

β_t : coefficient de dilatation volumique du fluide, K⁻¹
φ : coordonnée azimutale, rad
λ : viscosité dynamique du fluide, Kg. m⁻¹. s⁻¹
λ₀ : longueur d'onde du profil sinusoïdal, m
μ : conductivité thermique du fluide, W. m⁻¹. K⁻¹
ν : viscosité cinématique du fluide, m². s⁻¹
ρ1 : rayon du vecteur suivant méridien
ξ, η : coordonnées homotopiques adimensionnelles
τ_{px} : contrainte de frottement suivant x, Kg. m⁻¹. s⁻²

Indice et exposant

∞ : grandeurs à une distance suffisamment éloignée de la paroi
 + : grandeurs adimensionnelles

VI. REFERENCES

- [1] Ch. R. R. RAMINOSOA et al., «Convection mixte autour d'une sphère. Influence de la variabilité des propriétés physiques du fluides,» *In Revue Générale de Thermique*, vol. 389, pp. 315-322, 1994.
- [2] Prétot S. et al., «Influence of surface roughness on natural convection above a horizontal plate,» *Advances in Engineering Software*, vol. 31, pp. 793-801, 2000.
- [3] Anwar H. et al., «Natural convection with variable viscosity and thermal conductivity from a vertical wavy cone,» *Int. J. Therm. Sci.*, vol. 40, pp. 437-443, 2001.
- [4] Mayoudf SI ABDALLAH et al., «Étude de la convection naturelle thermique et massique laminaire et permanent dans la couche limite autour d'un tronc cône paroi sinusoïdale,» *12^{ème} Journée Internationales de Thermique*, vol. 31, pp. 793-801, 2005.
- [5] Modeste RAMARAZARA et al., «Mixed convection of an axisymmetric flow of air with variable physical properties,» *In The Canadian Journal of Chemical Engineering*, vol. 40, pp. 37-44, 2007.
- [6] Ulrich CANISSIUS., «Contribution à l'étude des transferts thermiques convectifs tridimensionnels autour d'un cône de révolution,» *International Journal of Advanced Research in Physical Science (IJARPS)*, vol. 3, pp. 48-60, 2016.

- [7] Vanissa Hasimamy FANAMBINANTSOA et al., «Étude numérique de la transitoires ves le chaos d'un écoulement laminaire en convection mixte dans un canal rectangulaire horizontale muni de protubérances sinusoïdales.» *American Journal of Innovative Research and Applied Sciences*, vol. 15, pp. 793-801, 2022. Available on : <https://american-jiras.com/Hasimamy%E2%80%93ajiras020922.pdf>



How to cite this article: **Martini ZAFINDRABIRA, François d'Assise RAKOTOMANGA, Modeste RAMARAZARA et Edouard ALIDINA.** TRANSFERT THERMIQUE PAR CONVECTION NATURELLE LAMINAIRE DANS LA COUCHE LIMITE AUTOUR D'UN ELLIPSOÏDE A PAROI SINUSOÏDALE. *Am. J. innov. res. appl. sci.* 2023; 17(3): 200-209.

This is an Open Access article distributed in accordance with the Creative Commons Attribution Non Commercial (CC BY-NC 4.0) license, which permits others to distribute, remix, adapt, build upon this work non-commercially, and license their derivative works on different terms, provided the original work is properly cited and the use is non-commercial.

See: <http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>